

تمرین سری ۳

اردیبهشت ۸۶

سررسید: ۱۳۸۶/۲/۲۵

۱ های تصادفی تولیدشده BST مقدار میانگین ارتفاع در

فرض کنید $P(T)$ برابر با مجموع فاصله ی ریشه ی درخت از تک تک راسها باشد. یعنی اگر r ریشه ی درخت و $d(r, x)$ فاصله ی راس x از r باشد داریم:

$$P(T) = \sum_x d(r, x)$$

الف ثابت کنید اگر T_L و T_R زیر درخت راست و چپ T باشند:

$$P(T) = P(T_L) + P(T_R) + n - 1$$

ب ثابت کنید اگر $P(n)$ میانگین ارتفاع درختهای n راسی باشد داریم:

$$P(n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} P(k) + \Theta(n)$$

ج ثابت کنید

$$P(n) = O(n \lg n)$$

۲ $\Omega(n \lg n)$

ثابت کنید نمی توان median در یک آرایه ی n عضوی را در بهتر از $\Omega(n \lg n)$ پیدا کرد. (median یعنی عنصر وسط) برای اثبات از برهان خلف استفاده کنید. به این ترتیب که ثابت کنید اگر بتوان این کار را انجام داد می توان n عدد را در بهتر از $\Omega(n \lg n)$ مرتب کرد و می دانیم که این امکان ندارد.

۳ مساحت ، نه سیاه ، نه سفید!!!

n تا مستطیل پارچه ای داریم. بعضی از آنها سیاه و بعضی سفیدند. هریک از آنها قرار است در محلی خاص از دیوار نصب شوند. این کار را به عهده ی یک نفر گذاشته ایم. او آنها را به ترتیب خاصی در محل‌های از پیش تعیین شده متصل می کند. (ممکن است بعضی از آنها قسمتهایی از بقیه را بپوشاند.) الگوریتمی از مرتبه ی $O(n^2 \lg n)$ طراحی کنید که ترتیب پارچه ها را از ورودی دریافت کند و در خروجی مساحت قسمت سیاه و سفید دیده شده از دیوار را نمایش دهد. (راهنمایی : برای حل این سوال از Heap کمک بگیرید)

۴ شمردن با BST

تعدادی نقطه در ربع اول مختصات دکارتی داریم. (مثلاً (p_1, p_2, \dots, p_n)). یک نقطه‌ی خاص $P=(x,y)$ هر لحظه داده می‌شود و ما باید به این سوال که چند تا از p_i ها در مستطیل ساخته شده توسط نقاط (x,y) و $(x,0)$ و $(0,y)$ و (x,y) وجود دارد پاسخ دهیم. با استفاده از BST یک Data Structure برای این کار بسازید.

۵ $AVL - Tree$ یاد بگیریم!

ابتدا کمی راجع به درختهای AVL مطلب بخوانید. بعد پاسخ مسئله‌ی ۲-۱۳ از کتاب CLRS را بنویسید.