

باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف - دانشکده مهندسی کامپیوتر

درس ساختمانهای گسسته

تمرین سری اول	ارائه کننده: علی شریفی زارچی	گروه دوم
تاریخ اعلام:	آخرین تاریخ تحویل:	
۱۱ اسفند ۱۳۸۶	ساعت ۱۲:۰۰ ظهر ۲۰ اسفند ۱۳۸۶	
<ul style="list-style-type: none">ارسال تمرینها تنها از طریق سایت درس و به صورت الکترونیک و فقط پیش از موعد اعلام شده پذیرفتنی است. به تمرینهای ارسالی پس از تاریخ یا از طرق دیگر نمره ای تعلق نمیگیردقالب ارسال و نمره اضافه: DVI. (فارسی تک): ۳۰ درصد، WORD: ۱۵ درصد، JPG (دست نویس): ۰ درصدهرگونه کپی کردن در تمرینها باعث نمره صفر تمرین برای هر دو نفر و در صورت تکرار حذف درس خواهد بود		

۱- درستی عبارات زیر را بررسی کنید:

$$(\forall x)[P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv (\forall x)[P(x)] \rightarrow [Q(x)] \quad \checkmark$$

$$(\forall x)[P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv (\exists x)[P(x)] \rightarrow (\forall x)[Q(x)] \quad \checkmark$$

۲- سور $\exists!$ را در نظر بگیرید (uniqueness quantifier)، عبارت $\exists! x \bullet P(x)$ به این معناست که دقیقا یک x میتوان یافت، به نحوی که $P(x)$ صادق باشد.

✓ با استفاده از سور وجودی، = و عملگرهای منطقی عبارتی معادل $\exists! x \bullet P(x)$ بنویسید.

✓ با استفاده از سور عمومی، = و عملگرهای منطقی عبارتی معادل $\exists! x \bullet P(x)$ بنویسید.

۳- هریک از گزارههای زیر را اثبات یا رد کنید:

$$[p \vee (q \rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \rightarrow (p \vee r)] \quad \checkmark$$

$$[p \rightarrow (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)] \quad \checkmark$$

$$[(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \vee r)] \quad \checkmark$$

۴- یک عبارت ریاضی را PNF گوییم هرگاه تمام سورهای عمومی آن در ابتدای آن آمده باشند، مثلا معادل PNF عبارت $(\forall x)[P(y)] \rightarrow (Ez)[Q(z)]$ به صورت $(\exists x)[P(x) \rightarrow Q(x)]$ در

می آید. حال معادل PNF عبارات زیر را بنویسید:

$$(\neg \exists x)P(x) \quad \checkmark \text{ (وجود ندارد } x \text{ ای که } \dots \text{)}$$

$$(\forall x)[(\forall y)[P(x, y)] \rightarrow (\exists z)[Q(x, z)]] \quad \checkmark$$

$$((\forall x)[P(x) \wedge (\exists x)[Q(x)]] \vee (\forall x)[R(x)]) \quad \checkmark$$

۵ - گزاره های زیر را در نظر بگیرید:

p : برنامه تمام می شود.

q : برنامه جواب درست می دهد.

r : برنامه از نظر نحوی (syntax) درست است.

s : برنامه اشکال دارد.

t : الگوریتم درست پیاده سازی شده است.

حال جملات زیر را در نظر بگیرید:

جمله A: اگر برنامه تمام شود، ولی خروجی درست بدهد، آن گاه برنامه از نظر نحوی درست

است ولی یا برنامه اشکال دارد و یا الگوریتم درست پیاده سازی نشده است.

جمله B: گرچه برنامه اشکال دارد، تمام می شود و خروجی درست می دهد.

جمله C: چون برنامه اشکال دارد، یا تمام نمی شود و یا خروجی درست نمی دهد.

✓ جملهی A را با استفاده از گزاره های p, q, e, s, t با زبان ریاضی بنویسید.

✓ منفی A را بنویسید.

✓ عکس نقیض A را بنویسید.

✓ معکوس A را بنویسید.

✓ جملهی B و C را نیز به زبان ریاضی بنویسید.

۶ - درستی یا نادرستی گزاره های زیر را اثبات کنید:

✓ اگر توابع f و g یکبهیک باشند، تابع g نیز یک به یک است.

✓ اگر توابع f و g پوشا باشند، تابع g نیز پوشا است.

۷ - مجموعه های زیر شمارا هستند یا خیر؟ استدلال خود را بیان کنید.

✓ مجموعه برنامه های نوشته شده به زبان C (راهنمایی: برنامه ها را رشته علایمی از یک

الفبای خاص در نظر بگیرید.)

✓ مجموعه حاصل از اجتماع تعداد شمارایی از مجموعه های شمارا

✓ مجموعه $A-B$ اگر A ناشمارا و B شمارا باشد.