



فرآیندهای تصادفی

نیمسال اول ۹۴-۹۳
دکتر ربیعی

زمان تحویل: ۱ آذرماه

تئوری تخمین

تمرین سری چهارم

۱. برای هرکدام از توزیع‌های زیر SS پیدا کنید.

(الف)

$$f(x|\theta) = \theta(1-\theta)^{x-1}, x = 1, 2, \dots, 0 < \theta < 1$$

(ب)

$$f(x|\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & x = 0, 1, 2, \dots, \theta. \\ 0 & \text{Otherwise.} \end{cases}$$

(ج)

$$f(x|\theta) = \text{Gamma}(\alpha, \beta)$$

۲. فرض کنید $X \sim N(0, \sigma^2)$ باشد. آیا $|X|$ یک SS است؟

۳. فرض کنید (X_1, \dots, X_n) ($2 \leq n$) نمونه‌های تصادفی متغیری از یک توزیع گسسته، با احتمال گسسته $f_{\theta,j}$ باشد که $0 < \theta < 1$ ، $j = 1, 2$ ، یک تابع پواسون با میانگین θ و $f_{\theta,2}$ یک توزیع دوجمله‌ای با اندازه‌ی ۱ و پارامتر θ است. نشان دهید که $T = \sum_{i=1}^n X_i$ یک SS برای (θ, j) نیست.

۴. فرض کنید (X_1, \dots, X_n) ، نمونه‌های تصادفی از توزیع $I_{(\theta, \infty)}(x) e^{-\frac{x-\theta}{\theta}}$ باشد که $\theta > 0$ و پارامتر ناشناخته است (I) تابع Indicator است).

(الف) یک MSS برای توزیع بالا پیدا کنید.

(ب) نشان دهید MSS کامل نیست.

۵. برای هر یک از توزیع‌های زیر MSS بدست آورید.

(الف)

$$\text{Uniform}(\mu - \sigma, \mu + \sigma), \sigma > 0, \mu \in \mathbb{R}$$

(ب)

$$\text{Beta}(\alpha, \beta)$$

(ج)

$$\text{IG}(\mu, \lambda)$$

۶. فرض کنید (X_1, \dots, X_n) نمونه‌های تصادفی از توزیع Pareto باشند $(f(x|\lambda) = \frac{\lambda \alpha^\lambda}{x^{\lambda+1}})$ و $\alpha > 0$ ، $\lambda > 0$ ، $X > \alpha$ شناخته شده است. MSS ای برای λ پیدا کنید.

۷. فرض کنید که X متغیری تصادفی با توزیع احتمال گسسته با تابع احتمال به شکل زیر است ($0 < \theta < \frac{1}{4}$).

x	-۱	۰	۱
$f(x)$	θ	$1 - 2\theta$	θ

الف) MSS را برای θ بدست آورید.

ب) آیا X یک CSS برای θ است؟

ج) آیا MSS بدست آمده در قسمت الف کامل است؟

۸. فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته باشد به گونه‌ای که

$$P_{\theta}(X = x) = \frac{\binom{\theta}{x} \binom{N-\theta}{n-x}}{\binom{N}{n}}, x = 0, 1, \dots, n$$

و $\theta = 0, 1, \dots, N$ و $n \leq N$ و n اعداد مثبت صحیح، نشان دهید X کامل است.

۹. سوال ۱۶ فصل ۶ کتاب Casella Berger