گزارش پیشرفت پروژه‌ی کارشناسی ارشد

نگه‌داشت قابلیت دید در یک چندضلعی*

علی‌رضا زارعی

استاد پروژه: دکتر محمد قدسی
استاد مشاور: دکتر رسول جلیلی

چکیده

در گزارش اول این طرح گونه‌های مختلف مسئله و حالت‌های متنوع آن بیان و معرفی شد. همچنین نتایج به‌دست آمده در مورد هر کدام از این مسایل و الگوریتم‌های حل آنها معرفی و با هم مقایسه گردید.
مساله‌ای که هدف اصلی ما در این طرح است مساله یافتن فضای قابل دید از یک نقطه از یک چندضلعی حفره‌دار است. در این مساله یک چندضلعی $\mathcal{P}$ و تعدادی مانع به شکل چندضلعی درون آن مفروض است. می‌خواهیم به ازای هر نقطه‌ی جستجوی دلخواه در درون این چندضلعی ناحیه‌ای را که توسط آن قابل دید است محاسبه کنیم.

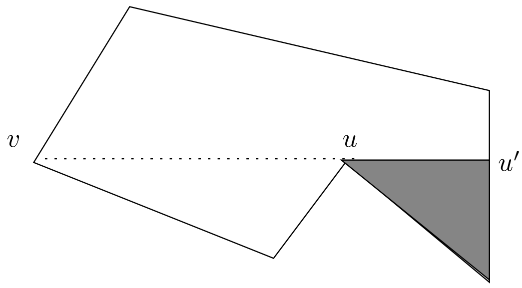
کلیدواژه‌ها: هندسه‌ی محاسباتی، الگوریتم‌های سریع

۱ مقدمه

مسئله‌ای که هدف اصلی ما در این پروژه است مسئله یافتن فضای قابل دید از یک نقطه از یک چندضلعی حفره‌دار است. در این مسئله یک چندضلعی $\mathcal{P}$ و تعدادی مانع به شکل چندضلعی درون آن مفروض است. می‌خواهیم به ازای هر نقطه‌ی جستجوی دلخواه در درون این چندضلعی ناحیه‌ای را که توسط آن قابل دید است محاسبه کنیم.

دو نقطه از یک چندضلعی همدیگر را می‌بینند هرگاه پاره خط متصل کننده آن‌ها به طور کامل درون چندضلعی قرار بگیرد. چندضلعی قابل دید[۱] نقطه q از چندضلعی $\mathcal{P}$ که با $V(q)$ نشان داده می‌شود مجموعه

*در این مقاله سبک نگارش لزوماً رعایت نشده است.
[۱] Visibility Polygon



شکل ۱: uu' یک پنجره از چندضلعی است.

نقاطی از $\mathcal{P}$ است که توسط q قابل دید باشند. برای این مساله در چندضلعی‌های ساده الگوریتم‌های خطی و بهینه متعددی ارائه شده است [۱، ۲]. در مورد چندضلعی‌های غیر ساده نیز الگوریتم‌های بهینه‌ای با مرتبه زمانی $n \lg n$ ارائه شده است[۳، ۴].

با استفاده از این روش برای یک چند ضلعی ساده n رأسی با صرف $O(n^3 \lg n)$ زمان پیش پردازش و مصرف $O(n^3)$ حافظه می‌توان $V(q)$ را برای هر نقطه دلخواه در زمان $O(\lg n + |V(q)|)$ محاسبه کرد. در یک الگوریتم دیگر با مصرف $O(n^2)$ حافظه و $O(n^2 \lg n)$ زمان پیش پردازش، چندضلعی قابل دید هر نقطه در زمان $O(\lg^2 n + |V(q)|)$ قابل محاسبه است.

هیچ کدام از روش‌های فوق در مورد چندضلعی‌های حفره‌دار قابل استفاده نمی‌باشند. در این گزارش الگوریتمی ارائه می‌کنیم که تعمیمی از روش‌های فوق برای بکارگیری در چندضلعی‌های حفره‌دار است.

۲ افراز دیداری

فرض کنید که $\mathcal{P}$ یک جند ضلعی با حفره‌های H_1، H_2، ...، H_h است و q نقطه جستجویی است که می‌خواهیم $V(q)$ را محاسبه کنیم. افراز دیداری $\mathcal{P}$ به معنی تجزیه $\mathcal{P}$ به ناحیه‌های کوچک‌تری است که تمام نقاط درون هر یک از این ناحیه‌ها دنباله یکسانی از رئوس و اضلاع چندضلعی را ببینند. این دنباله دنباله دیداری[۲] آن ناحیه نامیده می‌شود. با داشتن این دنباله‌ها برای تمام ناحیه‌های دیداری چندضلعی، محاسبه چندضلعی قابل دید هر نقطه با سرعت بالایی امکان‌پذیر است.

۳ الگوریتم محاسبه چندضلعی قابل دید

زمان پیش پردازش و حافظه‌ی مصرفی بالای الگوریتم قبلی باعث کاهش کارایی آن در کاربردهای عملی می‌شود. در این بخش یک الگوریتم جدید ارائه می‌کنیم که دارای مرتبه‌ی زمانی و حافظه مصرفی کمتری است و در مقابل زمان پاسخ آن برای محاسبه چندضلعی قابل دید نقاط پرس و جو بالاتر است.

[۲] Visibility Sequence

۴ نتیجه‌گیری و ادامه‌ی کار

در این گزارش بصورت کلی و بدون پرداختن به جزئیات، الگوریتمی برای محاسبه‌ی چندضلعی قابل دید نقاط جستجو در چندضلعی‌های حفره‌دار ارائه گردید. هدف اصلی در این الگوریتم پاسخ‌گویی به نقاط جستجوی متعددی است که روی یک سطح دو بعدی قرار دارند. این کار با انجام پیش پردازش روی شکل هندسی سطح و نگهداری وضعیت دید قسمت‌های مختلف آن صورت گرفته است.

فعالیت‌هایی که در ادامه این طرح انجام خواهد شد به شرح زیر است:

- تثبیت و تحلیل نهایی الگوریتم ارائه شده در این گزارش
- بهبود الگوریتم برای کاهش زمان جستجو
- بررسی مسائل مشابه برای تعمیم الگوریتم برای آنها

۵ مراجع

[1] H.El Gindy and D. Avis, *A Linear Algorithm for Computing the Visibility Polygon from a Point*, Journal of Algorithms, 2, pp. 186-197, 1981.

[2] L. Guibas, J. Hershberger, D. Leven, M. Sharir, and R. Tarjan, *Linear Time Algorithms for Visibility and Shortest Path Problems inside Simple Polygons*, Proc. Second Annual ACM Symp. on Computational Geometry, 1986, pp. 1-13.

[۳] علی‌رضا زارعی و محمد قدسی، یک مقاله‌ی دیگر، ۱۳۸۲

[4] S. Suri and J. O'Rourke, *Worst-Case Optimal Algorithms for Constructing Visibility Polygons with Holes*, In Proc. of the second annual symposium on Computational geometry, 1986, pp. 14-23.